

---

# Optimisation du fonctionnement des réseaux d'eau potable

## Prise en compte de l'aspect stochastique de la demande

Florent Guhl et Bernard Brémont

---

Les réseaux d'eau potable sont de plus en plus souvent équipés de systèmes de télégestion des installations et des commandes. L'accroissement de ces équipements accompagne généralement une augmentation de la complexité du système de distribution. En effet, pour des raisons de sécurité mais aussi de rentabilité, beaucoup de réseaux résultent de l'interconnexion de sous-réseaux qui étaient auparavant gérés de façon autonome. Ceci augmente la difficulté de choisir, au cours d'une journée, les consignes à donner aux différents organes d'un réseau d'eau potable. La complexité de la gestion vient aussi de la prise en compte par les gestionnaires des réseaux de deux objectifs contradictoires : la sécurité d'approvisionnement et la minimisation des coûts de production et de transport de l'eau. Pour aider les opérateurs dans la gestion des réseaux, de nombreux outils d'automatisation ont été conçus depuis une vingtaine d'années. Ils peuvent être regroupés en deux catégories : ceux faisant appel à des systèmes experts s'inspirant initialement des méthodes utilisées par les hydrauliciens, et ceux reposant sur des méthodes d'optimisation.

Notre objectif étant de proposer des méthodes d'optimisation pour des réseaux de taille moyenne, nous avons choisi les méthodes d'optimisation demandant peu de travail d'expertise préalable sur le réseau étudié. L'étude présentée s'inscrit dans la continuité de travaux menés depuis 1987 en collaboration entre l'École nationale du génie de l'eau et de l'environnement de Strasbourg (ENGEES) et le Cemagref. Les premières étapes de ces travaux antérieurs ont permis de montrer

la faisabilité et les limites d'utilisation des outils de programmation mathématique. L'utilisation de la programmation linéaire par les graphes s'est imposée. Cette méthode permettait d'envisager des temps de calcul suffisamment courts pour être compatibles avec une gestion en temps réel qui constitue un objectif important. Au fur et à mesure de l'avancement des travaux, il est apparu que l'importance de certains phénomènes physiques avait été sous-estimée. De plus, avec les années et l'évolution du matériel informatique, il est devenu possible de complexifier les modèles proposés.

En 1995, un travail de thèse, présenté dans (Guhl, 1999), a été mis en œuvre pour proposer un modèle d'optimisation du fonctionnement d'un réseau d'eau potable sur 24 heures, plus complet que par le passé. Cette recherche a fait l'objet d'une convention entre le Cemagref, l'Engées, Anjou-Recherche et le centre régional Alsace-Lorraine de la Compagnie générale des eaux (Vivendi-Water).

Dans cet article nous présentons une partie des améliorations apportées. Nous détaillerons en particulier les méthodes de prévision de la demande horaire des consommations. Une fois ces modèles de prévision établis, il est apparu judicieux de tenir compte de l'incertitude résiduelle de prévision pour améliorer les modèles d'optimisation. Les méthodes de prise en compte de l'aspect stochastique de la demande permettent en particulier de quantifier le niveau de sécurité choisi par le gestionnaire du réseau.

Dans la première partie, nous identifierons les principales variables et nous présenterons le mo-

**Florent Guhl  
et Bernard  
Brémont**  
Cemagref-Bordeaux  
50, avenue de  
Verdun,  
BP 3, 33612  
Cestas Cedex

dèle général d'optimisation dit « déterministe ». Il s'agit d'un modèle où la consommation est considérée comme connue. Nous présenterons ensuite les modèles de prévision de la demande permettant d'affiner le paramètre de consommation dans les modèles d'optimisation. Enfin, nous verrons comment nous pouvons modifier les modèles d'optimisation pour tenir compte de l'incertitude de prévision.

### Le problème d'optimisation

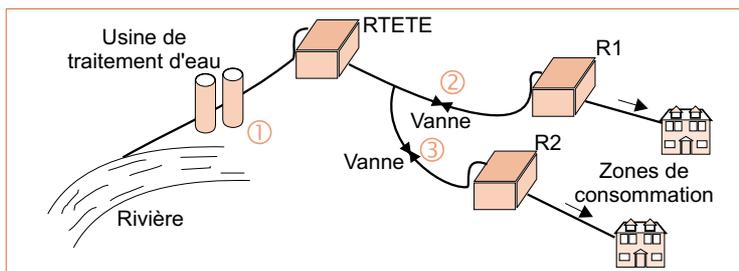
Le but des modèles que nous construisons est d'obtenir les commandes à passer sur un réseau d'eau potable afin de minimiser les coûts de production et de transport de l'eau. Les organes de commande peuvent être des pompes, des vannes ou encore des stations de traitement de l'eau.

#### ■ Les variables utilisées

Soit  $k$  le nombre d'organes présents sur le réseau que nous optimisons. On appelle commande élémentaire, un vecteur à  $k$  composantes traduisant l'ensemble des commandes du réseau. Il y a alors au plus  $2^k$  vecteurs de commande élémentaire comportant chacun  $k$  composantes valant 0 ou 1. Nous précisons qu'il y en a au plus  $2^k$  car certains vecteurs de commande potentiels ne sont pas réalisables d'un point de vue physique. C'est le cas, par exemple, de toute commande consistant à mettre en route une pompe débitant dans des canalisations où toutes les vannes seraient fermées.

Les différents vecteurs de commande seront notés par la suite  $\vec{K}_i$ . À titre d'exemple nous pouvons écrire les vecteurs de commande élémentaire d'un réseau, représenté figure 1, et comportant une station de traitement et deux vannes.

▼ Figure 1. – Exemple d'un réseau comportant trois organes de commande.



$$\vec{K}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{K}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{K}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{K}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{K}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{K}_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \vec{K}_7 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{K}_8 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Nous pouvons alors détailler le cas du vecteur  $\vec{K}_6$  qui traduit le cas suivant :

- l'usine de traitement d'eau fonctionne ;
- la vanne d'alimentation de R1 est ouverte ;
- la vanne d'alimentation de R2 est fermée.

En fonction de la configuration hydraulique de ce réseau, certains des vecteurs seront à écarter. Nous introduisons des variables  $\alpha_i(t)$  qui représentent la fraction de temps d'application de chacun des vecteurs de commande  $\vec{K}_i$  pour chaque pas de temps  $\langle t-1; t \rangle$ . De cette définition découle la propriété :  $0 \leq \alpha_i(t) \leq 1$ . On peut alors exprimer la commande globale sur le réseau par :

$$\vec{K}(t) = \sum_{i=1}^k \alpha_i(t) \vec{K}_i$$

#### ■ Le modèle déterministe

À partir de ces définitions, nous pouvons bâtir un modèle d'optimisation en programmation linéaire. Il consiste en la minimisation d'une fonction coût sous plusieurs contraintes physiques. Nous notons  $Q_{r_i}(t)$ , les débits représentant le volume d'eau entré dans le réservoir  $r$  au cours du pas de temps  $\langle t-1; t \rangle$  si la commande  $i$  est appliquée et  $\pi_i(t)$  représentant les coûts de cette commande  $i$ . De plus, nous noterons  $C_r(t)$  la consommation de la zone dépendant du réservoir  $r$  au cours du pas de temps  $\langle t-1; t \rangle$ .

La mise en œuvre du modèle suppose de calculer, avant l'optimisation, les débits et les coûts. Pour le calcul des débits, nous pouvons soit utiliser les données enregistrées aux entrées et sorties des réservoirs sur le réseau soit une modélisation à l'aide du logiciel Zomayet développé par l'unité « Ouvrages et réseaux hydrauliques » du Cemagref.

Nous présentons le modèle dans le cas général où il y a  $T$  pas de temps. Dans la pratique nous travaillerons au pas de temps de l'heure et sur un horizon de 24 heures, nous aurons donc  $T = 24$ . Le modèle s'écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases}
 z_{\min} = \sum_{\theta=1}^T \sum_{i=1}^I \alpha_i(\theta) \pi_i(\theta) \\
 (1) \forall \theta \in \langle 1; T-1 \rangle, \forall r \in \langle 1; R \rangle, V_r(0) + \sum_{t=1}^{\theta} \sum_{i=1}^I \alpha_i(t) Q_{ri}(t) - \sum_{t=1}^{\theta} C_r(t) \leq V_{r,\max} \\
 (2) \forall \theta \in \langle 1; T-1 \rangle, \forall r \in \langle 1; R \rangle, V_r(0) + \sum_{t=1}^{\theta} \sum_{i=1}^I \alpha_i(t) Q_{ri}(t) - \sum_{t=1}^{\theta} C_r(t) \geq V_{r,\min} \\
 (3) \forall r \in \langle 1; R \rangle, V_r(0) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \alpha_i(t) Q_{ri}(t) - \sum_{t=1}^T C_r(t) = V_{r,\max} \\
 (4) \forall \theta \in \langle 1; T \rangle, \sum_{i=1}^I \alpha_i(\theta) = 1 \\
 \forall \theta \in \langle 1; T-1 \rangle, \forall i \in \langle 1; I \rangle, \alpha_i(\theta) \geq 0
 \end{cases}$$

Les contraintes de type (1) et (2) traduisent les limites maximales et minimales dans chacun des réservoirs au cours de l'horizon d'optimisation. Elles s'expriment grâce à un bilan entrée/sortie dans chaque réservoir et à chaque pas de temps. Les paramètres  $V_{r,\max}$  et  $V_{r,\min}$  traduisent les volumes utilisables lors de l'optimisation. La différence ( $V_{r,\max} - V_{r,\min}$ ) peut se calculer comme le volume physique du réservoir auquel on retranche le cas échéant la réserve incendie et les marges de sécurité choisies par le gestionnaire du réseau. La contrainte (3) permet de fixer un niveau final qui consiste à remplir les réservoirs. Enfin, la contrainte (4) découle de la façon de construire les variables  $\alpha_i(t)$ .

### La prévision de la demande

Nous allons présenter ici la prévision de la demande des zones de consommation, dans le but d'améliorer les performances du modèle d'optimisation. Cette prévision se fera au pas de temps de l'heure alors que beaucoup de modèles de prévision de la demande d'eau potable ou d'électricité (Canu, 1990 ; Mangeas, 1993 ; Jain, 1994) travaillent sur un pas de temps journalier.

Pour construire les modèles de prévision de la demande nous avons utilisé les données du syndicat intercommunal des eaux de la région de Sarralbe qui se situe à la limite entre les départements de la Moselle et du Bas-Rhin. Le réseau de ce syndicat est affermé à la Compagnie générale des eaux.

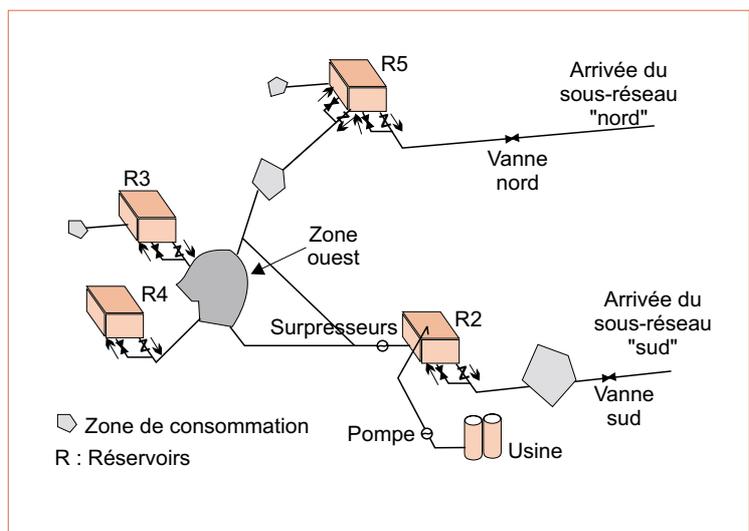
Nous avons comparé deux grands types de modèles : les réseaux de neurones et les séries temporelles. Nous ne présentons ici que les modèles construits à l'aide des réseaux de neurones, la différence des résultats obtenus entre les deux outils n'étant que peu significative.

L'objectif initial était de bâtir des modèles prédisant la demande d'une zone pour les 24 heures à venir conformément aux besoins du modèle d'optimisation présenté ci-avant. Pour atteindre cet objectif, nous avons tout d'abord construit un modèle déterminant la demande de l'heure à venir. Nous avons ensuite établi un modèle pour la prévision de la demande sur plusieurs heures consécutives.

#### ■ Les données utilisées : application au syndicat intercommunal des eaux de la région de Sarralbe

Nous travaillons sur une partie du réseau de ce syndicat intercommunal pour lequel nous disposons de données heure par heure allant de juillet 1993 à décembre 1997. Ces différentes données sont issues de compteurs situés à l'entrée et à la sortie des réservoirs ainsi que des enregistrements des hauteurs d'eau dans ces mêmes réservoirs.

Nous avons ainsi pu isoler une zone de demande, appelée « zone ouest », présentée figure 2, représentant environ 10 000 habitants pour une consommation journalière moyenne de 700 m<sup>3</sup> avec des journées pouvant atteindre 1 100 m<sup>3</sup> en pointe. Des zones de cette taille comportent une variabilité horaire et journalière importante, ce qui rend la prévision plus difficile qu'en zones urbaines.



▲ Figure 2. – Schéma du réseau du SIER de Sarralbe.

Dans un premier temps, nous avons éliminé, à l'aide de règles de validité, les périodes comportant des fuites importantes ou celles mêlant de la consommation à du transit entre réservoirs.

Une fois ces opérations de tri effectuées, nous pouvons travailler sur 1 025 journées complètes.

### ■ *La construction des modèles*

#### **Le choix des entrées**

Pour la construction de modèles de prévision de la demande, plusieurs auteurs (Canu, 1990) ont utilisé des données météorologiques ou climatiques. Nous avons choisi de nous affranchir de ce type de données et ceci pour quatre raisons :

1. Les liens entre des données climatiques et la consommation semblent difficiles à établir car il faut choisir le facteur explicatif adéquat (nombre de jours consécutifs de sécheresse, nébulosité faible, seuil de température...).
2. L'utilisation de prévisions météorologiques pose le problème des incertitudes du modèle météorologique qu'il faudrait transposer dans le modèle de prévision de la demande, ce qui est délicat à maîtriser.
3. Les modèles que nous construisons devront pouvoir être implantés sur un site central où le réseau est géré en temps réel. Les données d'entrée du modèle devront être facilement accessibles ce qui n'est pas le cas pour des données météorologiques.
4. Les données météorologiques sont implicitement contenues dans les consommations passées. Par exemple, lorsque la prévision de demande se fait au cours d'un épisode climatique chaud et sec, les consommations des heures et des jours précédents traduiront cet épisode par des valeurs élevées. Nous choisirons d'utiliser plutôt ces consommations passées dites données endogènes que les données climatiques.

Les variables exogènes que nous avons alors recensées pour figurer en entrée du réseau de neurones et qui sont apparues comme significatives sont le mois de l'année, le jour de la semaine, l'heure de la journée et le fait que le jour considéré, corresponde à une période de vacances scolaires (oui ou non). Nous aurons besoin dans l'optimisation d'un réseau d'eau potable de connaître la demande sur plusieurs heures consécutives. Idéalement les modèles à bâtir devraient prévoir

la demande sur 24 heures ce qui correspond à l'horizon d'optimisation que nous utilisons. Dans les faits, notre optimisation débutant à 6 heures du matin avec l'ensemble des réservoirs pleins, nous savons qu'il nous faut une prévision fiable de la demande un peu plus tard dans la journée. C'est pourquoi nous avons examiné un modèle prévoyant les demandes sur 12 pas de temps de 13 heures à 24 heures. Le modèle utilisé est représenté figure 3.

En plus du biais, ce réseau comporte 30 entrées réparties de la façon suivante :

- 6 neurones, nommés de DIMANCHE à VENDREDI, prenant la valeur 0 ou 1 pour définir le jour de la semaine (si tous ces neurones valent 0, il s'agit d'un samedi) ;
- 11 neurones définissant de la même façon le mois de l'année ;
- 12 neurones appelés  $D_i$  qui prennent la valeur de la demande des 12 premières heures de la journée en  $m^3$  ;
- 1 neurone valant 0 ou 1 pour préciser si l'on se place lors d'une journée de vacances scolaires.

De plus ce réseau de neurones comporte une seule couche cachée avec 2 neurones (en plus du biais) au sein de celle-ci. Enfin, nous complétons le réseau par une couche de sortie composée de 12 neurones qui vont nous permettre d'obtenir les 12 demandes de la deuxième partie de la journée.

#### ■ *Les calculs*

Pour construire le réseau de neurones permettant, par la suite, d'effectuer la prévision, nous utilisons une méthode d'apprentissage-validation. Cela signifie qu'une partie des données sert à la construction du modèle alors que l'autre sert à valider le modèle obtenu.

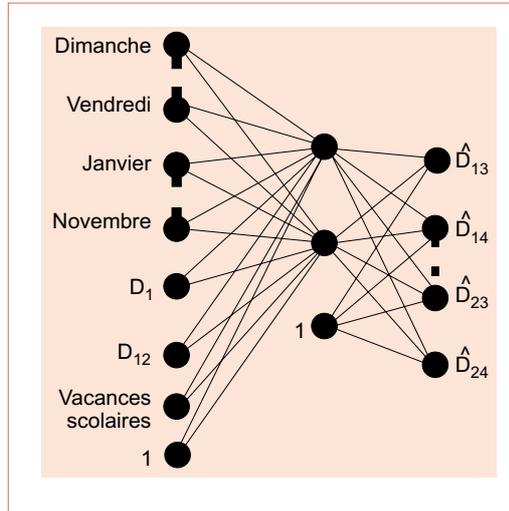
Tous les calculs ont été effectués grâce au code de calcul Nnfit développé par l'université Laval de Québec.

#### ■ *Les résultats*

Nous représentons figure 4 le coefficient de corrélation entre les valeurs attendues et les valeurs prédites pour un calcul débutant à 12 heures et ce sur la partie des données ayant servi à la validation du modèle.

■ **L'exploitation des résultats**

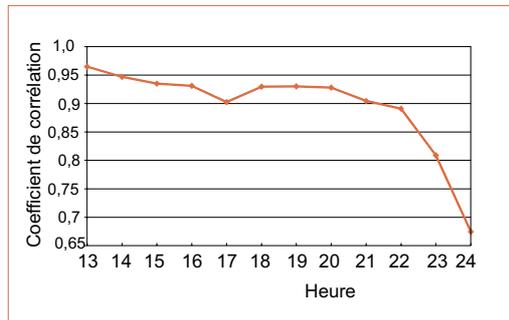
Comme nous pouvons le voir figure 4, la prévision à long terme donne des résultats satisfaisants jusqu'à un horizon de 10 heures (de 12 à 22 heures). Au-delà la prévision se dégrade. Nous avons prévu initialement d'effectuer un seul calcul de prévision par zone pour tout l'horizon d'optimisation, soit 24 heures dans la plupart des cas. Dans la pratique nous envisagerons de relancer le modèle de prévision de la demande en cours de journée (vers 18 heures par exemple). Cela nous permettra également de vérifier régulièrement l'état du réseau et en particulier les niveaux dans les réservoirs afin de comparer les niveaux mesurés aux valeurs attendues par le modèle d'optimisation.



▲ Figure 3. – Réseau de neurones pour la prévision sur un horizon de plusieurs heures.

**La prise en compte de l'aspect stochastique de la demande**

Plusieurs auteurs se sont intéressés à la prise en compte de l'aspect stochastique de la demande dans l'optimisation des réseaux d'eau potable. On peut en particulier citer les travaux d'Aleksandrov (1984), qui s'intéressent également à un système de distribution d'eau potable, mais avec des choix d'échelles spatiales et temporelles très différentes des nôtres. Pour notre part nous sommes partis des travaux présentés par Golstein (1973), qui fut l'un des premiers à introduire l'incertitude de la demande dans un modèle de distribution tout en conservant des modèles de type « programmation linéaire ». Nous proposons, en fait, deux méthodes pour prendre en compte le caractère aléatoire de la demande dans les modèles d'optimisation. Avant de présenter ces méthodes nous allons définir les paramètres utiles dans la prévision de la demande.



▲ Figure 4. – Coefficients de corrélation du modèle sur plusieurs heures.

■ **L'aspect stochastique de la demande en eau potable**

**Les modèles de prévision**

Les modèles de prévision de la demande que nous avons obtenus peuvent s'écrire :

$$C_r(t) = f_r(\beta(t), \gamma(t)) + \varepsilon_r(t)$$

Le terme  $\beta$  regroupe toutes les variables endogènes et le terme  $\gamma$  toutes les variables exogènes utilisées pour la construction du modèle de prévision. Le terme  $\varepsilon_r(t)$  représente l'erreur de prévision. C'est pour tenir compte de ce terme que nous voulons introduire la programmation sto-

chastique. La distribution des termes  $\varepsilon_r(t)$  est aléatoire de moyenne nulle et d'écart-type donné.

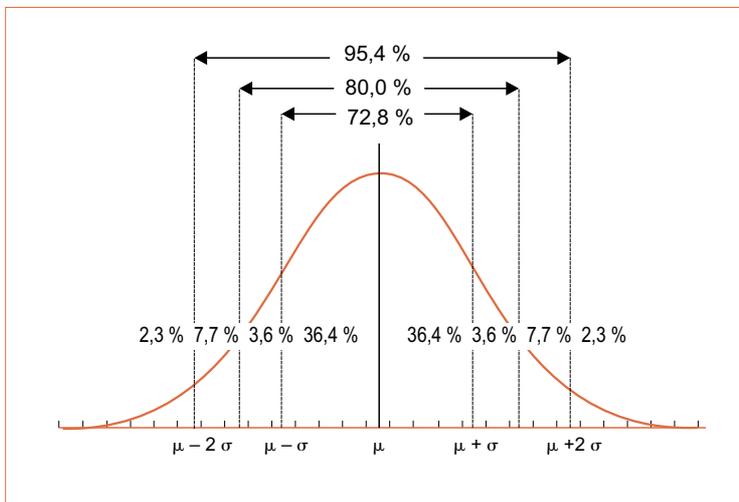
On peut, bien entendu, regrouper les deux termes et présenter alors la demande  $C_r(t)$  comme ayant une distribution gaussienne de moyenne  $\mu(C_r(t))$  et d'écart-type  $\sigma(\varepsilon_r)$ .

**La distribution de la demande**

Pour chaque variable aléatoire  $C_r(t)$ , nous noterons  $\mu(C_r(t))$  la moyenne et  $\sigma(C_r(t)) = \sigma(\varepsilon_r)$  l'écart-type. Si nous supposons de plus que ces demandes sont statistiquement indépendantes, les sommes partielles  $C_{r,\theta} = \sum_{t=1}^{\theta} C_r(t)$  suivent également une distribution gaussienne de moyenne

$\mu(C_{r,\theta}) = \sum_{t=1}^{\theta} \mu(C_r(t))$  et d'écart-type  
 $\sigma(C_{r,\theta}) = \sqrt{\sum_{t=1}^{\theta} \sigma^2(C_r(t))}$ . Nous aurons besoin de discrétiser la distribution de la demande. Dans ce cas, nous utiliserons les propriétés d'une distribution gaussienne rappelés figure 5.

Dans la suite de ce chapitre nous présentons deux méthodes de prise en compte de l'incertitude de



▲ Figure 5. – Forme générale d'une distribution gaussienne.

prévision de la demande. La première dite « formulation serrée » nous permet d'envisager les cas les plus extrêmes de demande. Ces cas extrêmes sont soit des demandes très faibles entraînant un risque de débordement des réservoirs soit des demandes très fortes entraînant un manque d'eau dans certains réservoirs. La seconde méthode proposée sera celle des « problèmes à contraintes probabilisées » qui permet de se prémunir contre un risque fixé par l'utilisateur du modèle.

■ **Formulation serrée**

Cette formulation correspond au cas où la violation d'une des contraintes aurait des conséquences très fâcheuses. Le programme est alors constitué par des vecteurs qui satisfont les contraintes

dans tous les cas, c'est-à-dire pour toute probabilité q parmi les états de la nature possible Q.

Les contraintes du problème peuvent alors s'écrire :  $\forall q \in Q, A(q).X \leq B(q), X \geq 0$

Si l'ensemble des couples [A, B] est fini, la résolution du problème stochastique se ramène au problème déterministe :

$$\begin{cases} \max E(C, X) \text{ sous} \\ \forall q \in \langle 1, k \rangle, A(q).X \leq B(q) \\ X \geq 0 \end{cases}$$

Le domaine des admissibles est alors un polyèdre éventuellement non-vidé limité par les k contraintes précédentes. Dans la pratique, nous pourrions considérer que l'ensemble des couples [A, B] est fini en perdant l'information sur les queues de distribution.

Nous noterons :

- $S_{r,\theta}$  le nombre de pas de discrétisation pour chaque réservoir et à chaque pas de temps ;
- $\forall s \in \langle 1; S_{r,\theta} \rangle, C_{r,\theta,s}$ , la valeur discrète de la demande aléatoire cumulée.

Dans la pratique nous choisissons  $S_{r,\theta} = 5$  avec des valeurs extrêmes rendant négligeables les queues de distribution. Nous pourrions choisir, par exemple, la moyenne + ou - 4 fois l'écart-type.

Écriture du programme

$$\begin{cases} z_{\min} = \sum_{\theta=1}^T \sum_{i=1}^I \alpha_i(\theta) \pi_i(\theta) \\ (1) \forall \theta \in \langle 1; T-1 \rangle, \forall r \in \langle 1; R \rangle, \forall s \in \langle 1; S_{r,\theta} \rangle, V_r(0) + \sum_{t=1}^{\theta} \alpha_i(t) Q_{ri}(t) - V_{r,\max} \leq C_{r,\theta,s} \\ (2) \forall \theta \in \langle 1; T-1 \rangle, \forall r \in \langle 1; R \rangle, \forall s \in \langle 1; S_{r,\theta} \rangle, V_r(0) + \sum_{t=1}^{\theta} \alpha_i(t) Q_{ri}(t) - V_{r,\min} \geq C_{r,\theta,s} \\ (3) \forall r \in \langle 1; R \rangle, \forall s \in \langle 1; S_{r,T} \rangle, V_r(0) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I \alpha_i(t) Q_{ri}(t) - V_{r,\max} = C_{r,T,s} \\ (4) \forall \theta \in \langle 1; T \rangle, \sum_{i=1}^I \alpha_i(\theta) = 1 \\ \forall \theta \in \langle 1; T-1 \rangle, \forall i \in \langle 1; I \rangle, \alpha_i(\theta) \geq 0 \end{cases}$$

Contraintes incompatibles

Il est possible que cette formulation aboutisse à un problème non réalisable. Le domaine des admissibles constitué par les différentes contraintes peut, en effet, être vide. Dans notre cas, les contraintes de type (3) sont incompatibles entre elles. Ceci est dû à la présence d'égalités. Nous aurons donc à transformer ces contraintes.

■ **Les problèmes à contraintes probabilistes**

Les contraintes du problème s'écrivent :

$$\forall i \in \{1, m\}, P\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i\right) \geq p_i, 0 \leq p_i \leq 1.$$

Ceci signifie que le programme vérifie la *i*<sup>ème</sup> inégalité avec une probabilité P au moins égale à *p<sub>i</sub>*. Pour la résolution de ce type de problème on utilise l'équivalence suivante :

$$P\left(\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i\right) \geq p_i \Leftrightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq \tilde{b}_i$$

Dans laquelle  $\tilde{b}_i$  est déterminé par  $\int_{\tilde{b}_i}^{+\infty} \varphi_i(b_i)db_i = p_i$  et  $\varphi_i(b_i)$  est la densité de distribution de la composante *b<sub>i</sub>*.

Dans le cadre d'une distribution gaussienne la densité de distribution est bien connue et il est aisé d'inverser la relation précédente.

Par exemple, si  $p_{r,\theta}^1 = 0.9$ , c'est-à-dire si la probabilité de débordement du réservoir *r* au pas de temps  $\langle \theta - 1; \theta \rangle$  est de 90 %, alors :

$$\overline{C_{r,\theta}} = \mu(C_{r,\theta} - 1.41 \times \sigma(C_{r,\theta})).$$

■ **Application et résultats**

Nous allons présenter les deux méthodes sur un exemple. Nous pouvons les mettre en œuvre grâce au logiciel d'optimisation Cplex de la société Ilog.

**Le réseau exemple**

Nous utilisons l'exemple présenté figure 1.

**Formulation serrée**

Le temps de calcul est de 0,5 sec CPU. La valeur de la fonction objectif servira de majorant pour la méthode suivante. Nous noterons 100 cette valeur.

**Formulation avec des contraintes probabilistes**

Pour s'assurer de la cohérence de nos calculs, nous pouvons construire un modèle pour lequel toutes les probabilités valent 99,997 %. Il nous faut là aussi relâcher les contraintes de stock maximal (contraintes de type (1)) dans les derniers pas de temps de l'horizon d'optimisation. Ceci donne la même valeur de la fonction coût que dans le cas de la formulation serrée.

Une fois cette vérification effectuée, nous modifions les valeurs des différentes probabilités. Nous présentons le résultat des différentes simulations dans le tableau ci-dessous.

	$p_{r,\theta}^1 = p_{r,\theta}^2 = 99,997 \%$	$p_{r,\theta}^1 = p_{r,\theta}^2 = 90 \%$
$p_r^3 = 99,997 \%$	C = 100	C = 100
	Contrainte (1) utilisable de 1 à 20 h	Contrainte (1) utilisable de 1 à 22 h
$p_r^3 = 90 \%$	C = 95,05	C = 95,05
	Contrainte (1) utilisable de 1 à 22 h	Contrainte (1) utilisable de 1 à 22 h

Dans ce tableau, nous comparons les coûts des solutions pour lesquelles les probabilités des contraintes de type (1) et (2) sont égales pour tous les pas de temps et valent soit 90 % soit 99,997 % ainsi que les coûts des solutions pour les mêmes valeurs de probabilité pour les contraintes de type (3). Nous notons également, pour chaque case du tableau, l'intervalle de temps sur lequel les contraintes de type (1) sont utilisables. Ce dernier résultat résulte du problème d'incompatibilité présenté ci-avant (*voir* Contraintes incompatibles).

▲ Tableau. – Résultats de l'optimisation probabilisée.

Nous pouvons en conclure que le choix de la probabilité de remplissage des réservoirs (contrainte de type 3) a une influence forte sur le coût de la solution. Le choix des probabilités liées aux niveaux minimum (de type 2) et maximum (de type 1) dans les réservoirs ne modifie pas les coûts dans notre exemple mais peut éventuellement permettre de rencontrer moins de problèmes d'incompatibilité.

Les temps de calcul de ces différentes simulations sont également de l'ordre de 0,5 sec CPU.

**Conclusions et perspectives**

Les deux méthodes proposées permettent de tenir compte de l'aspect aléatoire de la demande en eau potable après la mise en place d'outils de prévision de cette demande. Dans les deux cas, le nouvel outil de gestion en temps réel que nous proposons est plus sécuritaire car il tient compte de la distribution de la demande au lieu de n'utiliser

que la valeur moyenne comme nous le faisons jusqu'à maintenant.

Dans la formulation serrée, nous obtenons une solution très sécuritaire mais qui entraîne des surcoûts importants. Dans la formulation probabilisée, le gestionnaire du réseau peut choisir les différentes probabilités en fonction des réservoirs et des moments de la journée. C'est alors lui qui maîtrise la sécurité de l'outil de gestion en temps réel. Il devient ainsi possible d'affiner les marges de sécurité forfaitaires que les gestionnaires de réseaux utilisent.

Au cours de l'étude (Guhl, 1999), nous avons intégré plusieurs contraintes physiques nouvelles dont la résolution n'a pas été présentée dans cet article. Il s'agit d'une part de ce que nous appelons les « contraintes de continuité ». Elles sont liées à l'obligation, sur certains ouvrages comme des stations de traitement de l'eau, d'avoir un fonctionnement par plages continues. D'autre part,

nous avons construit des méthodes permettant de tenir compte de l'influence de l'état du réseau sur les transits entre ouvrages sans utiliser la programmation dynamique ou non-linéaire. Ceci nous permet d'appliquer les modèles d'optimisation à des réseaux pour lesquels la variation de hauteur d'eau dans les réservoirs est plus importante que la variation des altitudes comme c'est le cas dans des régions où la topographie est peu variable.

La phase de validation des méthodes proposées sur des réseaux d'eau potable télégérés est en cours actuellement. Dans un premier temps nous passons par une phase d'optimisation que nous qualifions d'« hors ligne » qui permet de proposer aux gestionnaires d'un réseau des stratégies optimales de commandes d'un réseau sans les appliquer directement. Les stratégies proposées peuvent, en particulier, prendre la forme de courbes consigne dans les réservoirs qui remplacent les seuils d'arrêt/démarrage classiques par des valeurs modulables sur 24 heures. □

### Résumé

Nous présentons ici une méthode d'optimisation des commandes d'un réseau d'eau potable sur un horizon de 24 heures. La méthode utilisée repose sur la programmation linéaire. Elle permet une utilisation des commandes optimales en temps réel. Les aspects plus particulièrement développés dans ce papier sont la prévision de la demande en eau sur un secteur ainsi que la prise en compte de l'aspect stochastique de cette demande dans les modèles d'optimisation.

### Abstract

This paper presents a 24 hours optimization models of a drinking water network. The method used is based on linear programming. This method allows obtaining optimal commands in real time. In this paper, we develop two points : the demand forecast on an area and the taken into account stochastic aspect of that demand in the optimization models.

## Bibliographie

- ALEKSANDROV, I. A., BULATOV, V. P., OGNIVTSEV, S. B. *et al.*, 1984, Solution of a stochastic programming problem concerning the distribution of water resources, *Stochastic Optimization, Proceedings of the International Conference, Kiev*.
- BRION, L. M., MAYS, L. W., 1991, Methodology for optimal operation of pumping stations in water distribution systems. *Journal of hydraulic engineering-ASCE*, n° 11, vol. 117, p. 1551-1569.
- CANU, S., SOBRAL, R., LENGELLE, R., 1990, Formal neural networks as an adaptive model for water demand, *Proceedings of International Neural Networks Conference*, Paris, p. 131-135.
- CEMBRANO, G., BRYDS, M. A., QUEVEDO, J. *et al.*, 1988, Optimization of a multi-reservoir water network using a conjugate gradient technique, *A case study, 8th international conference on analysis and optimization of systems, Antibes, June 1988*, p. 987-999.
- CRAWLEY, P. D., DANDY, G. C., 1993. Optimal operation of multiple-reservoir system. *Journal of Water Resources Planning and Management*, n° 1, vol. 119, February 1993, p. 1-17.
- CYBENKO, G., 1989. Approximation by superposition of sigmoidal functions. *Mathematics of Control, Signal and Systems*, 2, p. 303-314.
- GILBERT, D., 1990, *Gestion automatisée en temps réel des réseaux d'eau potable. Calcul des commandes par différentes approches*, Thèse de Doctorat, Université Louis Pasteur de Strasbourg-ENITRTS-Cemagref, octobre 1990, 132 p.
- GOLSTEIN, E., YODINE, D., 1973, *Particular problems of linear programming*, Mir.
- GUHL, F., BRÉMOND, B., GILBERT, D., 1998, Drinking water demand using an hourly timestep, *5th International Conference on Neural Information Processing, Kitakyushu, October 1998*.
- GUHL, F., BRÉMOND, B., GILBERT, D., 1999, The Uncertainty of Demand in Water Supply Optimization Models, *26th Annual conference of the Water Resources Planning and Management Division of the American Society of Civil Engineers, Tempe (Az), 6-9 June 1999*.
- GUHL, F., BRÉMOND, B., GILBERT, D., 1999, Continuity constraint in Optimization of Water Supply, *Fourth International Congress on Industrial and Applied Mathematics (ICIAM), Edinburgh, Scotland, July 5-9 1999*.
- GUHL, F., BRÉMOND, B., GILBERT, D., 1999, Optimization of water supply using Successive Linear Programming, *International Conference on Computing and Control for the Water Industry (CCWI), 13-15 September 1999, Exeter, UK*.
- GUHL, F., 1999, *Gestion optimale des réseaux d'eau potable*, Thèse de doctorat, Université Louis Pasteur de Strasbourg, février 1999, 166 p.
- HORNIK, K., STINCHCOMBE, M., WHITE, H., 1989. Multilayer feedforward networks are universal approximators. *Neural Networks*, 2, p. 359-366.
- JAIN, A., ORMSBEE, L. E., *Short-Term municipal water use forecast modeling using artificial intelligence, Computers in the water industry*, Los Angeles, April 1994.
- LANSEY, K. E., AWUMAH, K., 1994. Optimal pump operations considering pump switches. *Journal of Water Resources Planning and Management*, n° 1, vol. 120, January 1994, p. 17-35.
- MANGEAS, M., COTTRELL, M., GIRARD, B. *et al.*, 1993, *Advantages of multilayer perceptron for modeling and forecasting time series: application to the daily electrical consumption in France*, EDF, Direction des Études et Recherches, novembre 1993, 13 p.